

Osservazioni sull'insegnamento della Geometria
tra Scuola Superiore e Università
Mathesis
Firenze, 16 Gennaio 2013

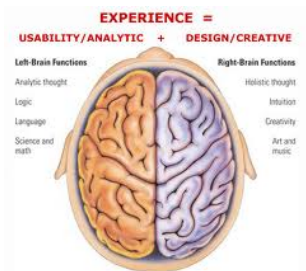
Giorgio Ottaviani

Università di Firenze

16 Gennaio, 2013

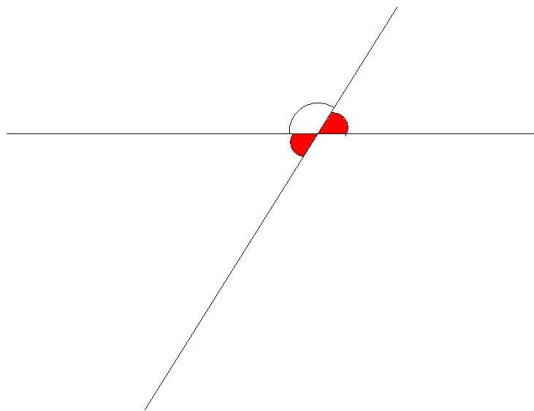
Emisferi destro e sinistro del cervello

- ragionamento algebrico-analitico/geometrico-spaziale
- pensiero analitico/sintetico

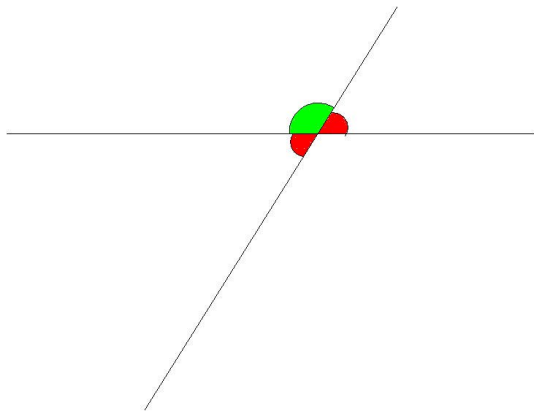


- Angoli opposti al vertice
- Rette parallele tagliate da una trasversale
- La somma degli angoli di un triangolo
- Il teorema di Pitagora
- Il teorema di Talete
- Circonferenze inscritte e circoscritte, il teorema di Poncelet
- Invarianti di due coniche
- Quartiche di Lüroth

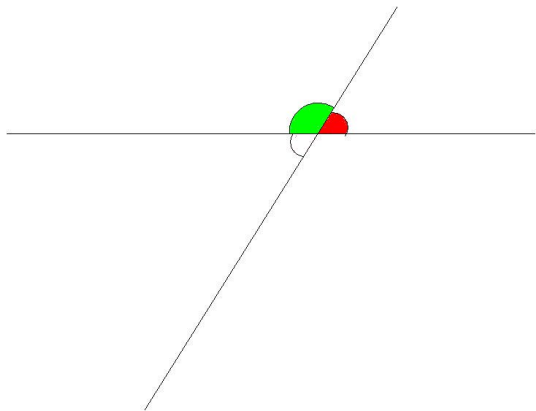
Angoli opposti al vertice



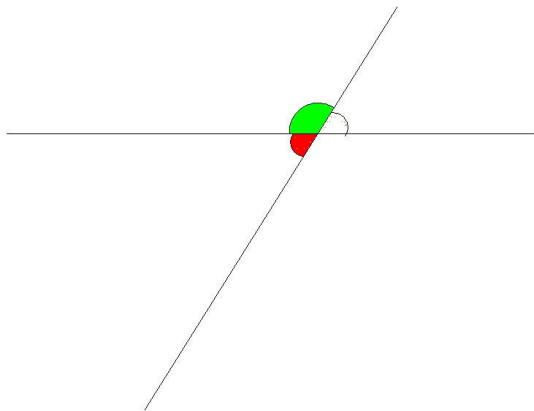
Angoli opposti al vertice



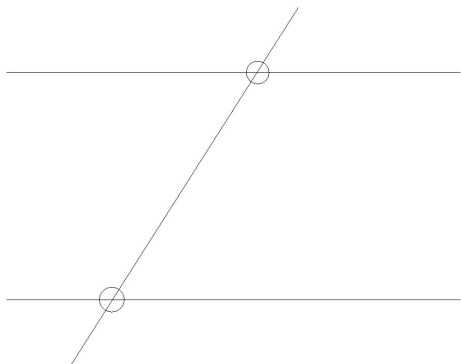
Angoli opposti al vertice



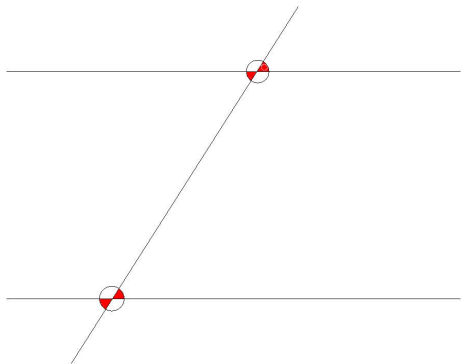
Angoli opposti al vertice



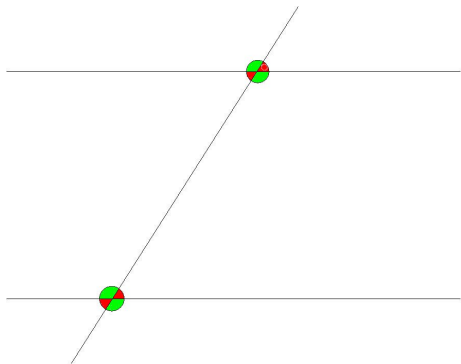
Rette parallele tagliate da una trasversale



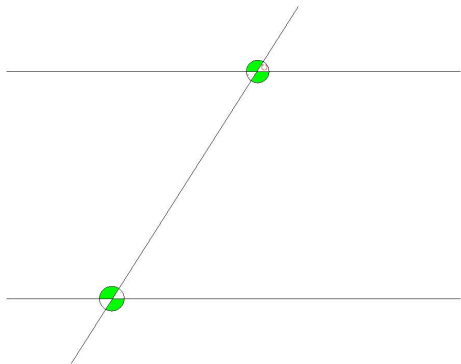
Rette parallele tagliate da una trasversale



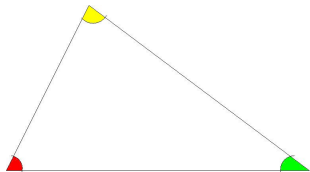
Rette parallele tagliate da una trasversale



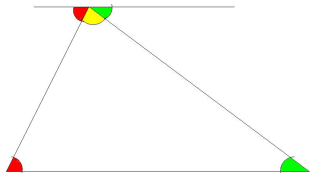
Rette parallele tagliate da una trasversale



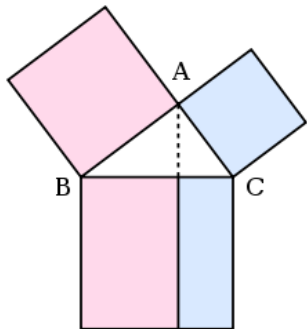
La somma degli angoli interni di un triangolo



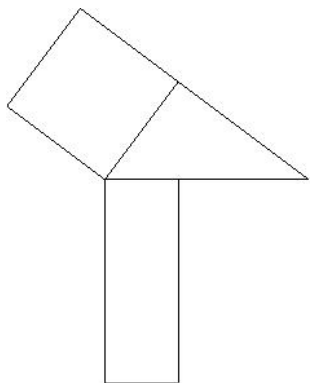
La somma degli angoli interni di un triangolo



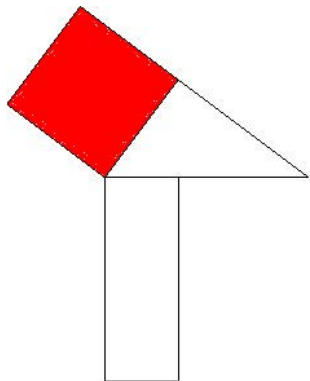
Il Teorema di Pitagora



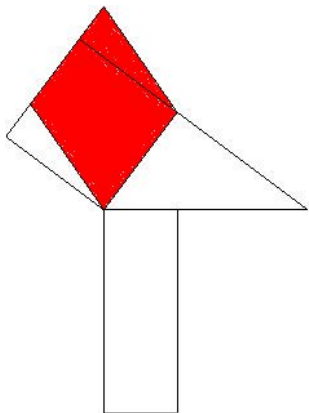
Il Teorema di Pitagora



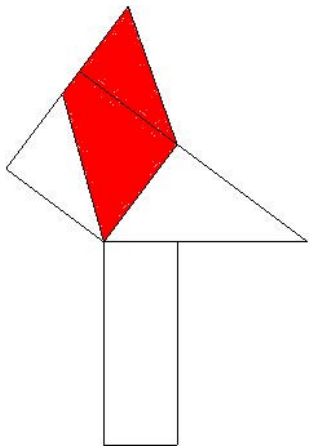
Il Teorema di Pitagora



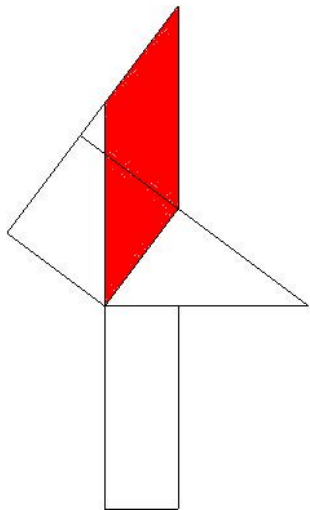
Il Teorema di Pitagora



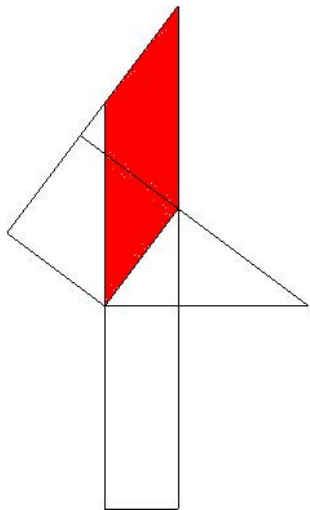
Il Teorema di Pitagora



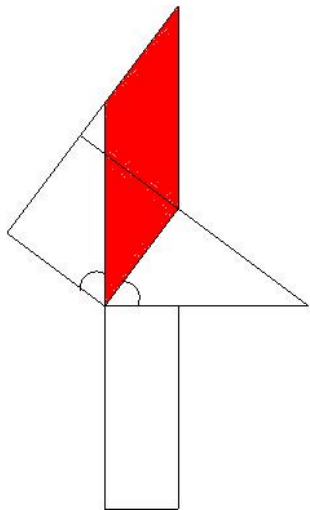
Il Teorema di Pitagora



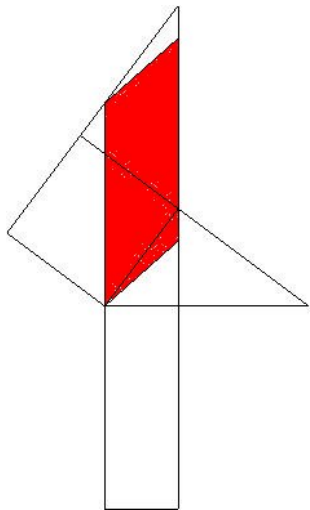
Il Teorema di Pitagora



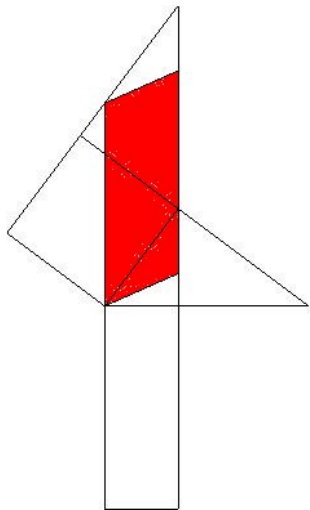
Il Teorema di Pitagora



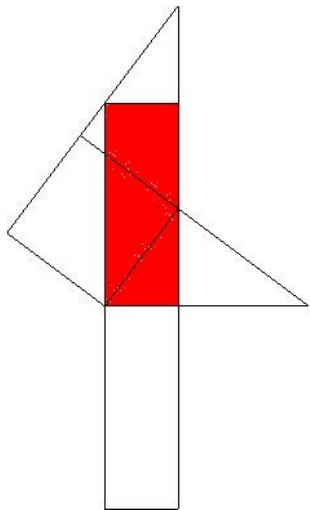
Il Teorema di Pitagora

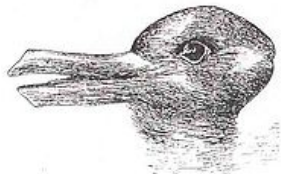


Il Teorema di Pitagora



Il Teorema di Pitagora





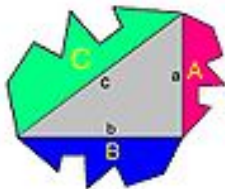
E' un'oca o un coniglio ?



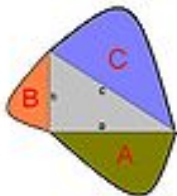
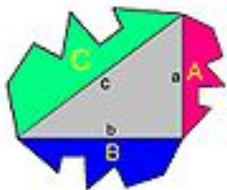
riconosce un cuore

Stampata su carta si

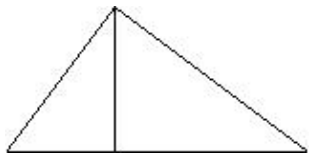
Generalizzazioni del Teorema di Pitagora



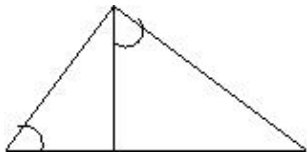
Generalizzazioni del Teorema di Pitagora



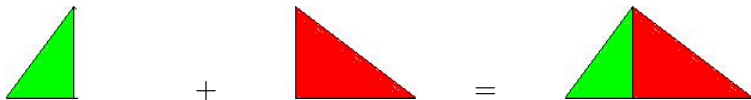
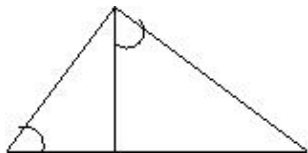
Dimostrazione *rapida* del teorema di Pitagora



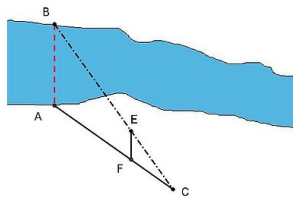
Dimostrazione *rapida* del teorema di Pitagora



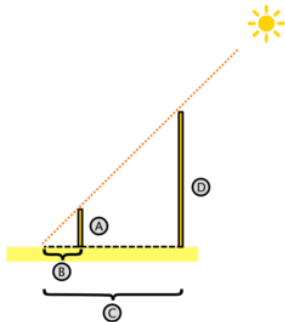
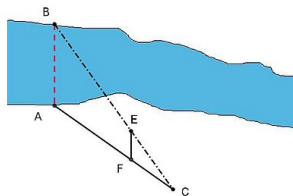
Dimostrazione *rapida* del teorema di Pitagora



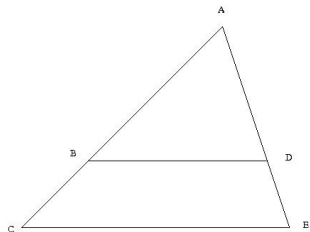
Applicazioni del Teorema di Talete



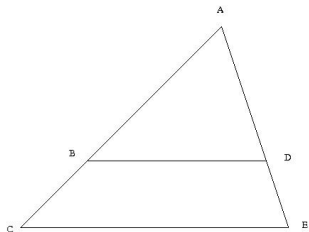
Applicazioni del Teorema di Talete

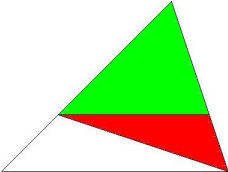


Dimostrazione del Teorema di Talete



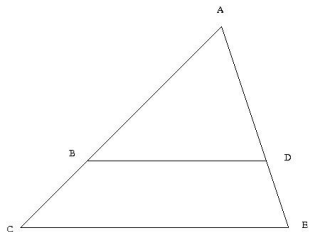
Dimostrazione del Teorema di Talete

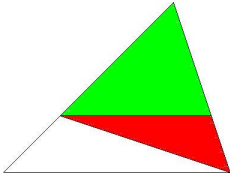


$$\frac{AD}{DE} = \frac{\text{area}(ADB)}{\text{area}(DEB)}$$


The diagram shows a triangle with a horizontal line segment DE. The upper triangle ADB is shaded green, and the lower triangle DEB is shaded red. This illustrates the ratio of the areas of the two triangles formed by the line segment DE.

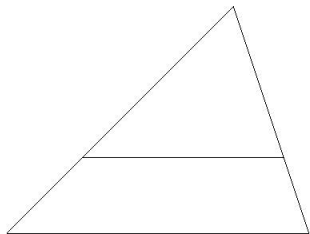
Dimostrazione del Teorema di Talete



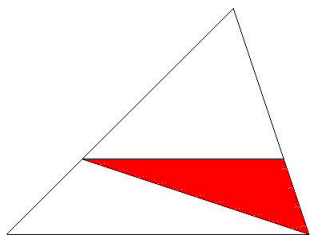
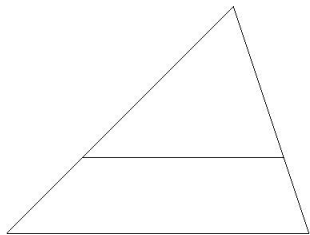
$$\frac{AD}{DE} = \frac{\text{area}(ADB)}{\text{area}(DEB)} =$$


$$= \frac{\text{area}(ADB)}{\text{area}(BDC)} = \frac{AB}{BC}$$

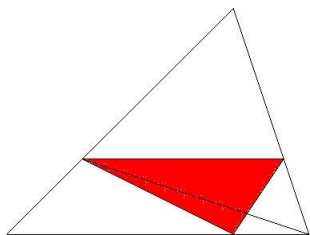
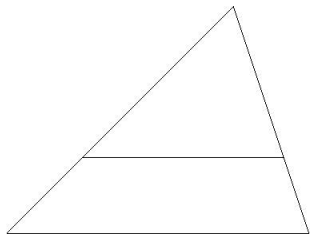

Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



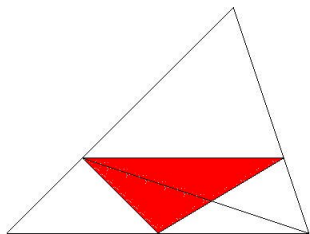
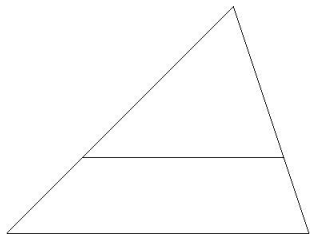
Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



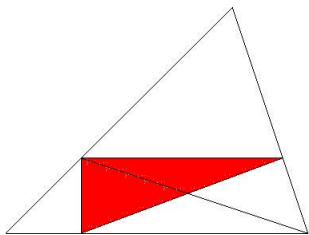
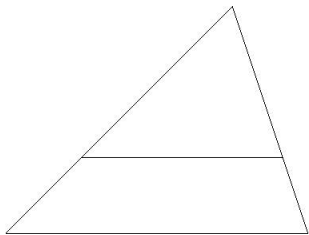
Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



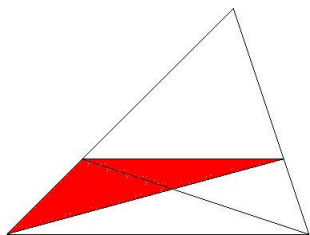
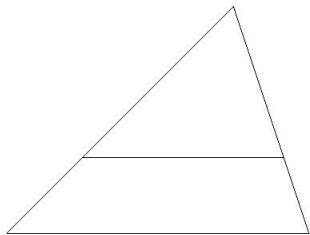
Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



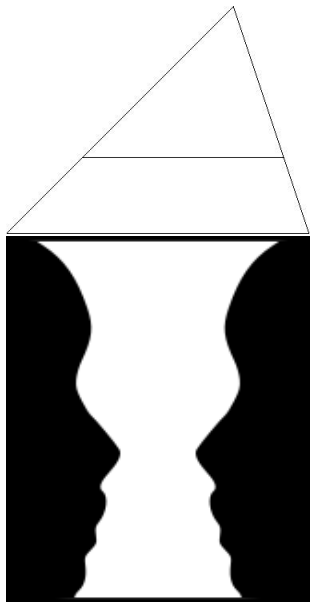
Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete



Animazione per la dimostrazione del Teorema di Talete

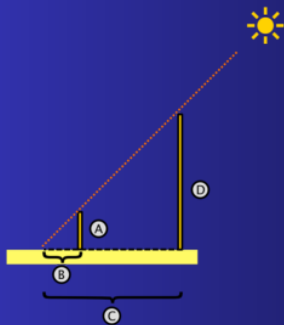


La misura della scuola

Di spalle vedete Margherita durante il suo tirocinio.



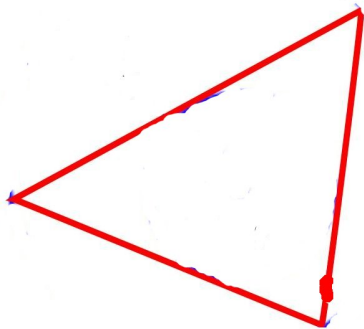
Come utilizzare il contributo del marciapiede



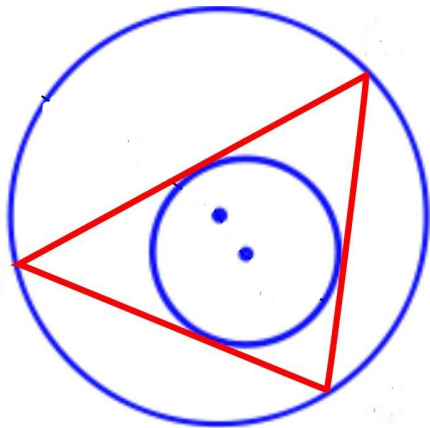
Si prende la misura dell'ombra piegando il metro come nella foto
poi si misura a parte l'altezza del marciapiede
si procede con il calcolo usuale, dove l'altezza del marciapiede

- va tolta dalla misura dell'ombra
- va tolta anche dall'altezza della scuola ottenuta

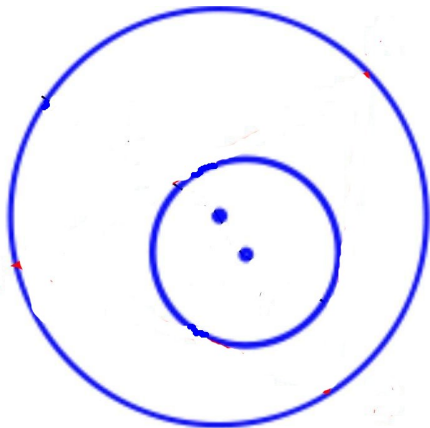
Circonferenza inscritta e circoscritta a un triangolo



Circonfrenza inscritta e circoscritta a un triangolo



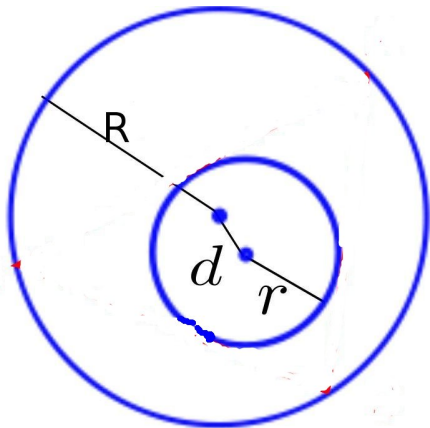
Teorema di Eulero



circoscritto ?

Esiste un triangolo inscritto e

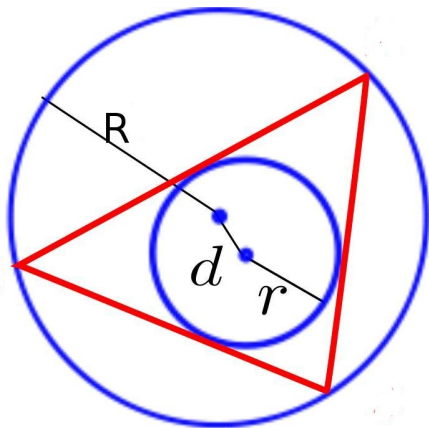
Teorema di Eulero



$$d^2 = R(R - 2r)$$

Il triangolo esiste se e solo se

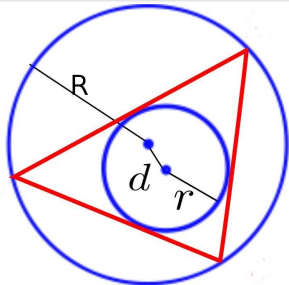
Teorema di Eulero



Qui $d^2 = R(R - 2r)$

Corollario

Siano r e R i raggi delle circonferenze inscritta e circoscritta a un triangolo. Abbiamo $2r \leq R$ e vale l'uguaglianza se e solo se il triangolo è equilatero.



Invarianti di due coniche

Siano A e B le matrici simmetriche 3×3 di due coniche .
Scriviamo

$$\det(A + tB) = \det A + t\sigma_1(A, B) + t^2\sigma_2(A, B) + t^3 \det B$$

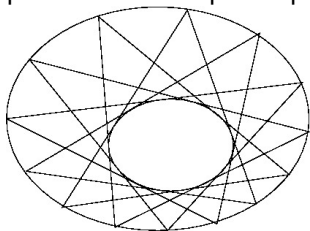
C'è un triangolo inscritto ad A e circoscritto a B se e solo se

$$\sigma_1(A, B)^2 - 4 \det A \sigma_2(A, B) = 0$$

(Cambridge Mathematical Tripos 1876)

Teorema di Poncelet

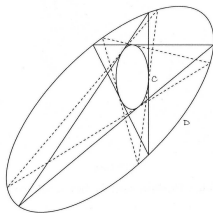
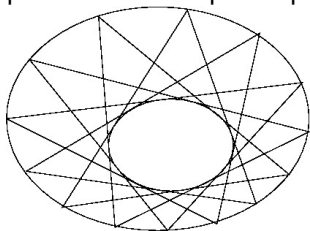
Se il “polilatero” si chiude dopo n passi, partendo da un punto particolare della conica esterna, allora si chiude dopo n passi partendo da un qualunque punto della conica esterna,



Ci sono formule analoghe (più complicate) per le coppie di coniche che ammettono un n -polilatero inscritto e circoscritto.

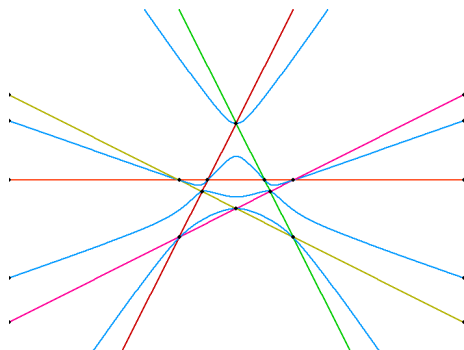
Teorema di Poncelet

Se il “polilatero” si chiude dopo n passi, partendo da un punto particolare della conica esterna, allora si chiude dopo n passi partendo da un qualunque punto della conica esterna,



Ci sono formule analoghe (più complicate) per le coppie di coniche che ammettono un n -polilatero inscritto e circoscritto.

Quartiche di Lüroth



Una curva quartica piana si dice di Lüroth se è circoscritta a un pentalatero completo. L'invariante delle quartiche di Lüroth ha grado 54 e il suo studio è un attuale problema aperto. Poche settimane fa è stata trovata una formula esplicita, ancora non del tutto soddisfacente.

Commenti sul percorso visivo

Il rigore esiste a molti livelli.

Un luogo comune è che il ragionamento geometrico “attraverso le figure” è solo intuitivo. Questo è il modo sbagliato di approcciarsi alla geometria.

Il rapporto tra geometria sintetica e geometria analitica è ben più complesso, solo con Hilbert si è compreso che sono due facce della stessa disciplina.



Qualche conclusione

è importante mantenere un percorso di geometria sintetica all'interno dell'insegnamento nella scuola superiore
è importante che gli studenti universitari affrontino questioni di geometria sintetica, e trovino lo charme del nome Geometria.
è importante che nel percorso di formazione degli insegnanti la geometria sintetica venga recuperata anche dal punto di vista disciplinare

Lo studente per primo deve collegare la matematica del Liceo con la matematica universitaria.





Grazie per l'attenzione!